



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL “FERDINAND I” – BACĂU

Concursul Național de Matematică și Fizică
“Vrănceanu – Procopiu”

17 noiembrie 2018

MATEMATICĂ

XI

Problema I (10 puncte)

Fie $a \in \mathbb{R}^*$; considerăm șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $x_1 = \frac{a+3}{4}$, iar $x_{n+1} = \frac{a+3x_n^4}{4x_n^3}, \forall n \geq 1$. Arătați că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ are limită dacă și numai dacă este monoton.

Problema a II-a (10 puncte)

Fie $p, q \geq 2$ două numere naturale prime între ele și $A \in M_2(\mathbb{C})$ o matrice cu proprietatea că A^p și A^q au toate elementele numere reale.

- a) Dați un exemplu de matrice A care nu are toate elementele reale și are proprietatea din enunț.
b) Dacă $A^2 \neq O_2$, demonstrați că A are toate elementele numere reale.

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe câte o foaie separată, care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

