



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" – BACĂU

Concursul Național de Matematică și Fizică
"Vrănceanu – Procopiu"

17 noiembrie 2018

MATEMATICĂ

X

Problema I (10 puncte)

Se consideră numerele $a_1, a_2, \dots, a_n \in \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, având produsul egal cu 3^n .

a) Demonstrați că $\log_{a_1} 3 + \log_{a_2} 3 + \dots + \log_{a_n} 3 \geq n$.

b) Determinați numerele a_1, a_2, \dots, a_n , știind că $\log_{a_1} (2a_1 - 3) + \log_{a_2} (2a_2 - 3) + \dots + \log_{a_n} (2a_n - 3) = n$.

Problema a II-a (10 puncte)

Determinați funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ având proprietatea

$$x \cdot f(x+y) + y \cdot f(y-x) = f^2(x) + f^2(y), \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe câte o foaie separată, care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

